

1. RIPASSO EQUAZIONI DI SECONDO GRADO

$$ax^2 + bx + c = 0 \quad a \neq 0$$

Esempi: $4x^2 + 3x - 5 = 0$ $2x^2 = 0$ $5x^2 - 3 = 0$ $7x^2 + x = 0$

Come si trovano le soluzioni di un'equazione di 2° grado?

1° PASSO: Calcolo del Discriminante: $\Delta = b^2 - 4ac$

2° PASSO: Trovo le soluzioni a seconda dei casi:

- Se $\Delta > 0$ allora esistono due soluzioni distinte x_1 e x_2

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \quad \rightarrow \quad \begin{aligned} x_1 &= \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \\ x_2 &= \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \end{aligned}$$

- Se $\Delta = 0$ allora esiste un'unica soluzione (due coincidenti) $x_1 \equiv x_2$

$$x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$$

- Se $\Delta < 0$ allora **non esistono soluzioni reali**

Esempi:

$$x^2 - 2x - 3 = 0$$

$$\Delta = (-2)^2 - 4(1)(-3) = 4 + 12 = 16 > 0$$

Quindi esistono 2 soluzioni reali: $x_{1,2} = \frac{-(-2) \pm \sqrt{16}}{2(1)} \quad \rightarrow \quad \begin{aligned} x_1 &= \frac{2+4}{2} = \frac{6}{2} = 3 \\ x_2 &= \frac{2-4}{2} = -\frac{2}{2} = -1 \end{aligned}$

$$4x^2 - 4x + 1 = 0$$

$$\Delta = (-4)^2 - 4(4)(+1) = 16 - 16 = 0$$

Quindi esiste una soluzione: $x_1 = x_2 = \frac{-(-4)}{2(4)} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$

$$x^2 + x + 1 = 0$$

$$\Delta = (1)^2 - 4(1)(1) = 1 - 4 = -3$$

Non esistono soluzioni

ESERCIZI DI RIPASSO

- 1) $-5x^2 - 5 = 0$
- 2) $x^2 - 4 = 0$
- 3) $9x^2 - 12x + 4 = 0$
- 4) $6x^2 + 13x + 7 = 0$
- 5) $4x^2 - 8x + 3 = 0$
- 6) $2x^2 - 5x - 3 = 0$
- 7) $4x^2 - 4x + 1 = 0$
- 8) $x^2 - x + 2 = 0$
- 9) $x^2 + x - 6 = 0$
- 10) $x^2 - 8x + 15 = 0$

2. RIPASSO PARABOLA

La parabola è il luogo geometrico dei punti equidistanti da una retta (direttrice) e da un punto (fuoco).

L'asse di simmetria interseca la parabola nel vertice e se è parallele all'asse y è rappresentata da

$$y = ax^2 + bx + c$$

La concavità e l'apertura della parabola dipendono solo da a .

Per disegnare una Parabola devo:

- 1) Vedere la concavità:
 - $a > 0$ la parabola è rivolta verso l'alto
 - $a < 0$ la parabola è rivolta verso il basso
- 2) Calcolare il discriminante: $\Delta = b^2 - 4ac$
- 3) Trovare le coordinate del vertice: $V = \left(-\frac{b}{2a}; -\frac{\Delta}{4a}\right)$
- 4) Trovare le intersezioni con l'asse x:
 - Considero l'equazione associata: $ax^2 + bx + c = 0$ e la risolvo
 - Se $\Delta > 0$ ho 2 intersezioni $(x_1, 0)$ e $(x_2, 0)$
 - Se $\Delta = 0$ ho una intersezione $(x_1, 0)$
 - Se $\Delta < 0$ non ho intersezioni
- 5) Trovare l'intersezione con l'asse y: $C(0, c)$
- 6) Rappresentare tutto sul piano cartesiano

ESERCIZI DI RIPASSO

1) $y = x^2 - 2x - 3$

2) $y = x^2 + 3x - 10$

3. RIPASSO LA PARABOLA E LA RETTA

Data la retta $r: y = mx + q$ e la parabola $y = ax^2 + bx + c$,
verifichiamo se la retta incontra la parabola.

Per fare ciò dobbiamo risolvere il seguente sistema col metodo di sostituzione:

$$\begin{cases} y = mx + q \\ y = ax^2 + bx + c \end{cases}$$

cioè andiamo a sostituire al posto della y della seconda equazione, il valore della y della prima equazione.

In questo modo otteniamo un'equazione di 2° grado, per la quale studiamo il discriminante, ossia il $\Delta = b^2 - 4ac$

- se $\Delta < 0$ il sistema è **impossibile**

la retta è esterna alla parabola

- se $\Delta = 0$ il sistema ammette **una sola soluzione**

la retta è tangente alla parabola

- se $\Delta > 0$ il sistema ammette **due soluzioni reali e distinte**

la retta è secante alla parabola

ESERCIZI DI RIPASSO

1) $\begin{cases} y = x^2 + 4 \\ y = 4x \end{cases}$ (2,8)

2) $\begin{cases} y = -x^2 + x + 6 \\ y = 2x + 4 \end{cases}$ (6,1) e (-2,0)

3) $\begin{cases} y = x^2 - x + 1 \\ y = -x - 6 \end{cases}$ impos

4. ESERCIZI MISTI

- Rappresenta la parabola dopo aver calcolato concavità, vertice e intersezione con gli assi

$$y = x^2 - 2x + 1$$

- Eq. 2° grado: $x^2 + 2x + 1 = 0$

- Parabola e retta:

$$\begin{cases} y = x^2 - x - 3 \\ y = -x - 2 \end{cases}$$

5. TEST DI VERIFICA

- Rappresenta la parabola dopo aver calcolato concavità, vertice e intersezione con gli assi

$$y = x^2 + x - 6$$

- Eq. 2° grado: $2x^2 + 3x + 1 = 0$

- Parabola e retta:

$$\begin{cases} y = x^2 - x - 3 \\ y = -x - 2 \end{cases}$$